<u>Corrigé du n°51 p258 (Math'x, S)</u>

1) a. On résout l'équation $z'=z \Leftrightarrow z(z-i) = iz$ (et $z \neq i$) $\Leftrightarrow z^2 - 2iz = 0 \Leftrightarrow z=0$ ou $z=2i$. Les points invariants sont O et le point d'affixe 2i.

   b. $z_{B'} = \frac{i}{1-i} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$, $2 = \frac{iz_C}{z_C - i} \Leftrightarrow z_C = \frac{2i}{2-i} = -\frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$.

2) a. $z' = \frac{-y+xi}{x+(y-1)i} = \frac{(-y+xi)(x-(y-1)i)}{x^2+(y-1)^2}$ donc $x' = \frac{-x}{x^2+(y-1)^2}$ et $y' = \frac{x^2+y^2-y}{x^2+(y-1)^2}$.

   b. z' réel $\Leftrightarrow y'=0 \Leftrightarrow x^2+(y-1/2)^2=1/4$ (et $z \neq i$). Γ est le cercle de centre K(0 ;1/2), de rayon ½, privé de A. Ce cercle passe par les points O et C.

3) a. Calcul…….On peut donc conclure que $|z' - i| = \frac{1}{|z-i|}$

   b. $M \in \Gamma' \Leftrightarrow AM=1 \Leftrightarrow |z - i| = 1 \Leftrightarrow |z' - i| = \frac{1}{|z-i|} = 1$. <u>Donc $M' \in \Gamma'$.</u>